第 15 講　対数関数

PART1 対数関数のグラフ

要点 ① 対数関数のグラフ

a を 1 でない正の定数とするとき, 関数 $y=\log_a x$ を, a を「　」とする x の「　　　　」という。

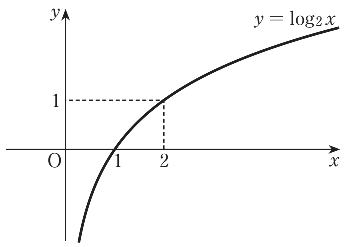
対数関数 $y=\log_2 x$ のグラフについて考える。

$x=2,\ 4,\ 8$ のとき　　$y=$　,　,

$x=1$ のとき　$y=\log_2 1=$

$x=\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4},\ \dfrac{1}{8}$ のとき　　$y=$　　,　　,

である。

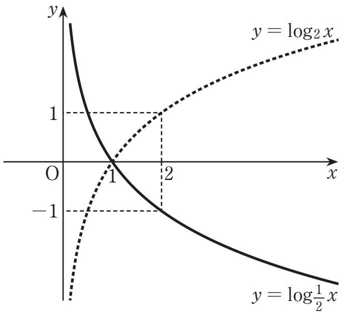


x が無理数の場合も含め，x に対応する y の値を求め，x，y の値の組 $(x,\ y)$ を座標とする点を座標平面上にとると，右図のような曲線が得られる。この曲線が，対数関数 $y=\log_2 x$ のグラフである。

次に，対数関数 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフについて考える。この式は

$$y=\frac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}}=\frac{\log_2 x}{-1}=-\log_2 x\qquad \text{つまり}\qquad\quad =\log_2 x$$

と変形できる。この式は，$y=\log_2 x$ の y が $-y$ に置き換わったものである。



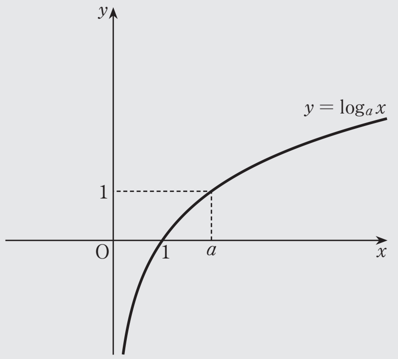
よって，$y=\log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフは，$y=\log_2 x$ のグラフと x 軸について対称であり，右図のようになる。この曲線が，対数関数 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフである。

関数 $y=\log_a x$ のグラフと，関数 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ のグラフは，x 軸に関して対称である。

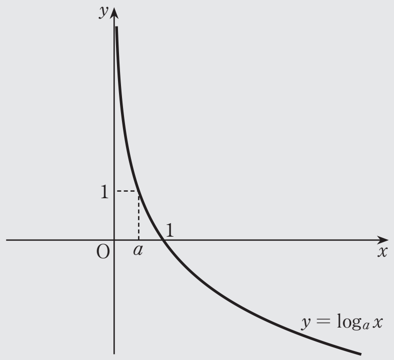
一般に，対数関数 $y=\log_a x$ のグラフは，以下のようになる。

対数関数のグラフ

$a>1$ のとき



$0<a<1$ のとき



・$a>1$，$0<a<1$ いずれの場合も，y 軸を漸近線としてもち，点 $(1,\ 0)$，$(a,\ 1)$ を通る。

・$a>1$ のとき右上がりの曲線，$0<a<1$ のとき右下がりの曲線である。

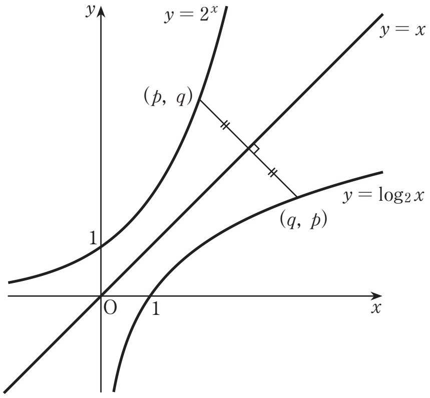
点 $(p,\ q)$ が関数 $y=2^x$ のグラフ上にあるとき

$$q=2^p \quad \text{つまり} \quad p=\log_2 q$$

である。これは，点 $(q,\ p)$ が関数 $y=\log_2 x$ のグラフ上にあることを示している。

逆に，点 $(q,\ p)$ が $y=\log_2 x$ のグラフ上にあれば，点 $(p,\ q)$ は関数 $y=2^x$ のグラフ上にある。

点 $(p,\ q)$ と点 $(q,\ p)$ は，直線 $y=x$ に関して対称であるから，$y=2^x$ のグラフと $y=\log_2 x$ のグラフは，直線 $y=x$ に関して対称である。



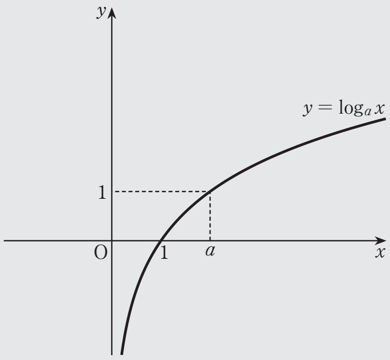
一般に，底がともに a である指数関数 $y=a^x$ のグラフと対数関数 $y=\log_a x$ のグラフは，直線 $y=x$ に関して対称である。

1 関数 $y=\log_3 x$ のグラフと関数 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ のグラフを，同じ座標平面上にかけ。

Point Pickup

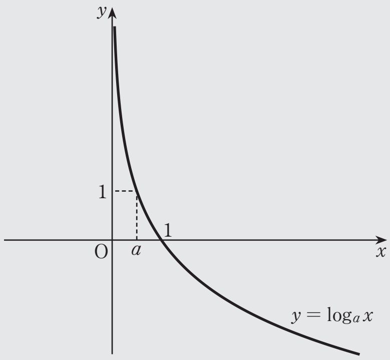
対数関数 $y=\log_a x$ のグラフ

$a>1$ のとき



右上がりの曲線

$0<a<1$ のとき



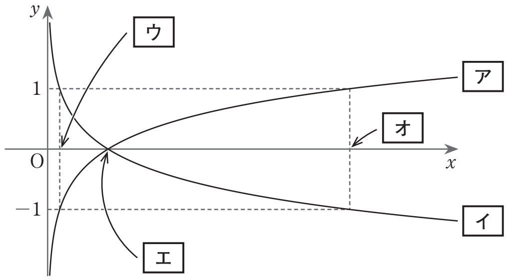
右下がりの曲線

ともに，y 軸を漸近線としてもち，点 $(1,\ 0)$，$(a,\ 1)$ を通る。

第 15 講 PART1 確認問題

1 関数 $y=\log_5 x$ と $y=\log_{\frac{1}{5}} x$ のグラフをかく。

ア, イ は，それぞれ関数 $y=\log_5 x$ と $y=\log_{\frac{1}{5}} x$ のどちらのグラフか，選べ。また，図中の ウ ～ オ に当てはまる数を求めよ。



[ア , イ の選択肢]

① $y=\log_5 x$　　② $y=\log_{\frac{1}{5}} x$

[ウ ～ オ の選択肢]

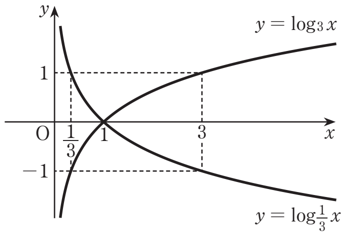
① $\frac{1}{5}$　　② 1　　③ 2　　④ 5　　⑤ 25

第 15 講　対数関数

PART1　対数関数のグラフ

1　関数 $y=\log_3 x$ のグラフと関数 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ のグラフを，同じ座標平面上にかけ。

[解答]



第15講　PART1 確認問題 解答

1

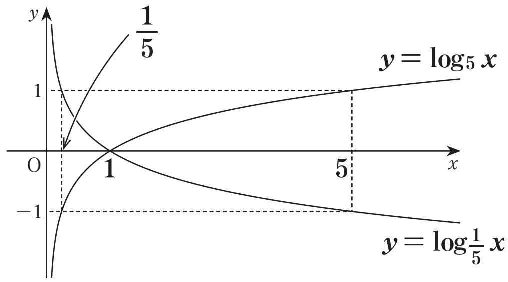
[正解] ア：①，イ：②，ウ：①，エ：②，オ：④

[解説]

$5>1$ より，右上がりの曲線は，①の $y=\log_5 x$，

$0<\dfrac{1}{5}<1$ より，右下がりの曲線は，②の $y=\log_{\frac{1}{5}} x$

である。[A]



$y=\log_5 x$ のグラフは点 $(1,\ 0)$，$(5,\ 1)$ を，

$y=\log_{\frac{1}{5}} x$ のグラフは点 $(1,\ 0)$，$\left(\dfrac{1}{5},\ 1\right)$ を通る。

[A]

> [A]　対数関数 $y=\log_a x$ のグラフ
> ・$a>1$ のとき　右上がりの曲線
> ・$0<a<1$ のとき　右下がりの曲線
> y 軸を漸近線としてもち，点 $(1,\ 0)$，$(a,\ 1)$ を通る。